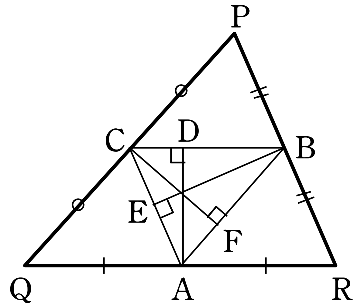
数学A　P95　P96解説

$\boxed{1}$ 中点連結定理により

$$CB /\!/ QR,\ CA /\!/ PR,\ AB /\!/ QP$$



△ABCにおいて，点Aから辺BCに下ろした垂線をADとすると，CB∥QRから

$$AD \perp QR$$

よって，直線ADは辺QRの垂直二等分線である。

同様に，△ABCにおいて，点B，Cからその向かい合う辺に下ろした

垂線を，それぞれBE，CFとすると

$$BE \perp RP,\ CF \perp PQ$$

したがって，△ABCの各頂点からその向かい合う辺に下ろした3本の垂線は，△PQRの各辺の垂直二等分線と一致し，△PQRの外心で交わる。

$\boxed{2}$ Pは，∠Bの外角，∠Cの外角の二等分線上の点であるから

$$PF=PD,\ PD=PE$$

よって　$PF=PE$

したがって，Pは∠Aの二等分線上にある。

$\boxed{3}$ (1)　△ABCにチェバの定理を用いると

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CF}{FA}\cdot\frac{AE}{EB}=1 \quad すなわち \quad \frac{BD}{DC}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}=1$$

BD＝DCより，点Dは辺BCの中点である。

よって，3本の中線AD，BF，CEは1点Gで交わる。

(2)　△ABDと直線ECにメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BC}{CD}\cdot\frac{DG}{GA}\cdot\frac{AE}{EB}=1 \quad すなわち \quad \frac{2}{1}\cdot\frac{DG}{GA}\cdot\frac{1}{1}=1$$

$\dfrac{DG}{GA}=\dfrac{1}{2}$ より　　$AG:GD=2:1$

$\boxed{4}$ (1)　$\angle ABC=\angle ADP=58^\circ$

$\angle BAD=25^\circ+58^\circ=83^\circ$ であるから

$$\alpha=180^\circ-(58^\circ+83^\circ)=39^\circ$$

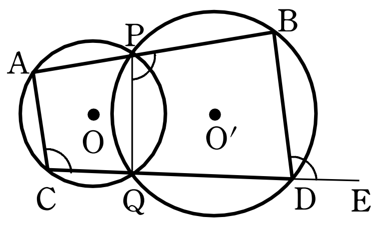
(2)　$\angle ACB=180^\circ-(64^\circ+42^\circ)=74^\circ$

$\angle PAB=\angle ACB,\ \angle PBA=\angle ACB$ であるから

$$\alpha=180^\circ-(74^\circ+74^\circ)=32^\circ$$

$\boxed{5}$ 四角形ACQPは円に内接するから

$$\angle ACQ=\angle BPQ$$



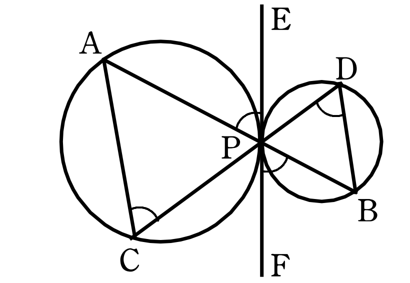
また，四角形PQDBも円に内接するから，右の図のように，∠BDQの外角を∠BDEとすると

$$\angle BPQ=\angle BDE$$

よって　　$\angle ACQ=\angle BDE$

同位角が等しいから　　AC∥BD

6 右の図のように，点 P における 2 つの円の共通接線を EF とする。



円の接線と弦の作る角の性質により

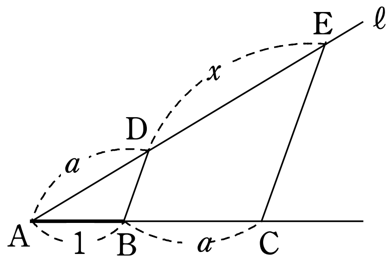
$$\angle EPA = \angle ACP$$
$$\angle FPB = \angle BDP$$

$\angle EPA = \angle FPB$ であるから

$$\angle ACP = \angle BDP$$

錯角が等しいから　AC∥DB

7 ①　点 A を通り，直線 AB と異なる半直線 ℓ を引く。



②　線分 AB の B を越える延長上に $BC = a$ となるように点 C をとり，ℓ 上に $AD = a$ となるように点 D をとる。

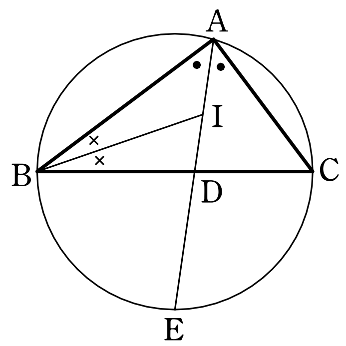
③　C を通り，直線 BD に平行な直線を引き，ℓ との交点を E とする。線分 DE が求める線分である。

$DE = x$ とすると，BD∥CE から

$$1 : a = a : x \quad \text{すなわち} \quad x = a^2$$

よって，線分 DE は長さ a^2 の線分である。

8 (1)　AD は∠A の二等分線であるから



$$BD : DC = AB : AC = 4 : 3$$

よって

$$BD = \frac{4}{4+3}BC = \frac{4}{7} \times 5 = \frac{20}{7}$$

(2)　BI は ∠B の二等分線であるから

$$AI : ID = BA : BD = 4 : \frac{20}{7} = 7 : 5$$

(3)　(1) より，$BD = \frac{20}{7}$ であるから

$$DC = 5 - \frac{20}{7} = \frac{15}{7}$$

方べきの定理により

$$AD \cdot DE = BD \cdot DC = \frac{20}{7} \cdot \frac{15}{7} = \frac{300}{49}$$

答　(ア)　4　(イ)　3　(ウ)　2　(エ)　0　(オ)　7　(カ)　7　(キ)　5
(ク)　3　(ケ)　0　(コ)　0