数学Ａ　P61　P62解説

$\boxed{1}$ 百の位の数字が1であるとき，十，一の位には，残り5個の数字から2個取って並べるから，その並べ方は ${}_5P_2$ 通りある。

よって，百の位の数字が1である3桁の整数は ${}_5P_2$ 個ある。

${}_5P_2=5\cdot4=20$ であるから，20番目の数までは百の位の数字が1である。

同様に，百の位の数字が2である3桁の整数は20個あるから，40番目の数までは百の位の数字が2である。

百の位の数字が3で，十の位の数字が0である整数は4個ある。

百の位の数字が3で，十の位の数字が1のとき，順に310，312と続くから，46番目の数は　　　312

$\boxed{2}$ (1)　大人1人の位置を基準にして考えると，もう1人の大人の位置はその向かい合う席に決まる。

残りの席に子ども4人が座ればよいから，求める並び方は

$$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24\ (\text{通り})$$

(2)　大人1人の位置を基準にして考えると，もう1人の大人の位置は2通りある。

残りの席に子ども4人が座ればよいから，求める並び方は

$$2\times4!=2\times4\cdot3\cdot2\cdot1=48\ (\text{通り})$$

$\boxed{3}$ (1)　0から9までの10個の数字から2個を選ぶ組合せは ${}_{10}C_2$ 通りある。

同じ数字を2個ずつ含む4個の数字を1列に並べる順列は $\dfrac{4!}{2!2!}$ 通りある。

よって，条件を満たす番号の総数は

$${}_{10}C_2\times\frac{4!}{2!2!}=\frac{10\cdot9}{2\cdot1}\times\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=270\ (\text{個})$$

(2)　異なる4個の数字を1組決めると適する数字の並びが1個作れる。

よって，条件を満たす番号の総数は

$${}_{10}C_4=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=210\ (\text{個})$$

$\boxed{4}$ (1)　8人を1列に並べる順列は $8!$ 通りある。

男子と女子が交互に並ぶのは，男女男女男女男女 または 女男女男女男女男 の場合で，いずれも並び方は $4!\times4!$ 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{4!\times4!\times2}{8!}=\dfrac{1}{35}$

(2)　両端の女子2人の並び方は ${}_4P_2$ 通り，両端以外の6人の並び方は $6!$ 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_4P_2\times6!}{8!}=\dfrac{3}{14}$

$\boxed{5}$ (1)　Aの袋の中の白玉の個数が増えるのは，Aから黒玉を取り出し，Bからは白玉を取り出す場合である。

Aの袋から黒玉を取り出しBの袋に入れたとき，Bの袋には白玉2個と黒玉5個が入っている。

よって，求める確率は　$\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{35}$

(2)　A の袋の中の白玉の個数が変わっていない場合は，次の 2 つの場合である。

[1]　A の袋から白玉を取り出し，B の袋からも白玉を取り出す場合。

A の袋から白玉を取り出し B の袋に入れたとき，B の袋には白玉 3 個と黒玉 4 個が入っている。

よって，この場合の確率は　$\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}$

[2]　A の袋から黒玉を取り出し，B の袋からも黒玉を取り出す場合。

[1] と同様に考えて，この場合の確率は　$\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{19}{35}$$

別解　(2)　A の袋の中の白玉の個数が減るのは，A から白玉を取り出し，B からは黒玉を取り出す場合であるから，その確率は　$\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}$

よって，白玉の個数が変わらない確率は，(1) より　$1-\left(\frac{4}{35}+\frac{12}{35}\right)=\frac{19}{35}$

6　3 人の手の出し方は　$3\times3\times3=27$ (通り)

(1)　勝つ 1 人の選び方は 3 通りで，そのときの手の出し方が 3 通りあるから，求める確率は　$\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$

(2)　(1) と同様に，負ける 1 人の選び方は 3 通りで，そのときの手の出し方は 3 通りあるから，求める確率は　$\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$

(3)　[1]　1 回目，2 回目とも，3 人が残る場合

あいこになる確率は，全員が違う手の出し方が $3!=6$ (通り) あり，全員が同じ手の出し方が 3 通りあるから　$\frac{6+3}{27}=\frac{1}{3}$

よって　$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

[2]　1 回目は 3 人が残り，2 回目に 2 人が残る場合

2 人のうち 1 人が勝つ確率は　$\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{2}{3}$

よって　$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$

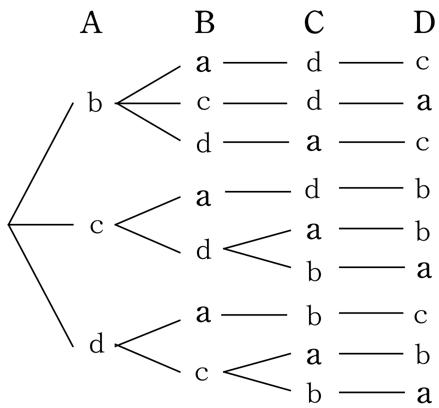
[3]　1 回目に 2 人が残り，2 回目はあいこの場合

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$$

以上から，求める確率は　$\frac{1}{27}+\frac{2}{27}+\frac{2}{27}=\frac{5}{27}$

7 A，B，C，D の品物を，それぞれ a，b，c，d として，適する場合の樹形図をかくと，右のようになる。

よって　　9 通り



8 (1)　6 人それぞれについて，A に入るか B に入るかの 2 通りあるから

$$2^6=64 \text{ (通り)}$$

(2)　(1) の分け方のうち，A に全員入る方法と B に全員入る方法を除くと

$$64-2=62 \text{ (通り)}$$

この分け方で，A，B の区別をなくせばよいから

$$\frac{62}{2!}=31 \text{ (通り)}$$

9 (1)　異なる 3 個のものから重複を許して 5 個取って作る組合せの総数に等しいから

$$_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21 \text{ (個)}$$

(2)　$x-1=X$，$y-1=Y$，$z-1=Z$ とおくと　$X\geqq 0$，$Y\geqq 0$，$Z\geqq 0$

$x=X+1$，$y=Y+1$，$z=Z+1$ を $x+y+z=10$ に代入すると

$$X+Y+Z=7$$

等式を満たす負でない整数 X，Y，Z の組の総数は，異なる 3 個のものから重複を許して 7 個取って作る組合せの総数に等しいから

$$_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=\frac{9\cdot 8}{2\cdot 1}=36 \text{ (個)}$$

別解　(2)　10 個の ○ を 1 列に並べる。

このとき，○ と ○ の間 9 か所から 2 つを選んで仕切りを入れて　A | B | C　としたときの，A，B，C の部分にある ○ の数をそれぞれ x，y，z とすると組が 1 つ決まるから　　$_9C_2=\dfrac{9\cdot 8}{2\cdot 1}=36$ (個)

10 1 個のさいころを投げて，1 か 2 の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

5 回のうち，1 か 2 の目が r 回出るとすると，1，2 以外の目は $(5-r)$ 回出るから，A と B が同じ段にいるのは

$$3r=2(5-r)$$

が成り立つときである。

これを解くと　　$r=2$

よって，5 回のうち 1 か 2 の目が 2 回出るときである。

したがって，求める確率は

$$_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^{5-2}=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{243}$$

$\boxed{11}$ 次の 2 つの場合がある。

[1]　最初，B に白玉が入った場合。

後の 2 回で A から取り出される玉は，白玉，黒玉の順である。

よって，その確率は　$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$

[2]　最初，B に黒玉が入った場合。

後の 2 回で A から取り出される玉は，白玉，黒玉の順である。

よって，その確率は　$\dfrac{1}{3}\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$

[1], [2] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

$\boxed{12}$ C から取り出した玉が赤玉であるのは，次の 2 つの場合がある。

[1]　A の赤玉である

この確率は　$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{7}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{21}{70}$

[2]　B の赤玉である

この確率は　$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{7}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{15}{70}$

よって，C から取り出した玉が赤玉である確率は

$$\frac{21}{70}+\frac{15}{70}=\frac{36}{70}=\frac{18}{35}$$

したがって，C から 1 個取り出した玉が赤玉であったとき，それが A から取り出した赤玉である確率は

$$\frac{21}{70}\div\frac{18}{35}=\frac{7}{12}$$