数学A　P38解説

$\boxed{1}$ 1から100までの自然数全体の集合をUとし，Uの部分集合で，3の倍数全体の集合をA，4の倍数全体の集合をBとすると

$$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$$
$$B=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ 4\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot25\}$$

よって　　$n(A)=33$，$n(B)=25$

求めるのは$n(A\cup B)$である。

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$n(A\cap B)$は，3の倍数かつ4の倍数すなわち12の倍数の個数である。

$$A\cap B=\{12\cdot1,\ 12\cdot2,\ 12\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 12\cdot8\}$$

よって　　$n(A\cap B)=8$

したがって，3と4の少なくとも一方で割り切れる数の個数は

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=33+25-8=50\ (\text{個})$$

$\boxed{2}$ (1)　すべての目の出方は　　$6\times6=36$

目の積が奇数になるのは，2個の目がいずれも奇数のときであるから

$$3\times3=9\ (\text{通り})$$

求める場合の数は，全体から目の積が奇数の場合の数を除けばよいから

$$36-9=27\ (\text{通り})$$

(2)　目の和が偶数になるのは，2個の目がいずれも奇数，または2個の目がいずれも偶数の場合であるから

$$3\times3+3\times3=18\ (\text{通り})$$

$\boxed{3}$ (1)　一の位は，数字 0，5 のいずれかである。

[1]　一の位の数字が 0 の場合

百，十の位には，残り 5 個の数字から 2 個取って並べるから，その並べ方は ${}_5P_2$ 通りある。

[2]　一の位の数字が 5 の場合

百の位は，0 と一の位の数字以外の 4 個の数字のどれかであるから，その選び方は 4 通りある。

そのどの場合に対しても，十の位は，一の位と百の位の数字以外の 4 個の数字のどれかであるから，その選び方は 4 通りある。

[1]，[2] から，求める個数は，積の法則と和の法則より

$${}_5P_2+4\times4=5\cdot4+16=36 \qquad \text{答}\ 36\text{個}$$

(2)　百の位は，数字 3，4，5 のどれかである。

[1]　百の位の数字が 4，5 のいずれかの場合

十，一の位には，残り 5 個の数字から 2 個取って並べるから，その並べ方は ${}_5P_2$ 通りある。

[2]　百の位の数字が 3 で，十の位の数字が 4，5 のいずれかの場合

一の位は，残り 4 個の数字のどれかであるから，その選び方は 4 通りある。

[3]　百の位の数字が 3 で，十の位の数字が 2 の場合

一の位は，数字 1，4，5 のどれかであるから，その選び方は 3 通りある。

[1] ～ [3] から，求める個数は，積の法則と和の法則より

$$2\times{}_5P_2+2\times4+3=2\times5\cdot4+8+3=51 \qquad \text{答}\ 51\text{個}$$

$\boxed{4}$ 4 本の平行線から 2 本を選び，それらに交わる 3 本の平行線から 2 本を選ぶと，平行四辺形が 1 個できる。

よって，求める平行四辺形の個数は

$${}_4C_2\times{}_3C_2={}_4C_2\times{}_3C_1=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3=18\ (\text{個})$$

$\boxed{5}$ 異なる n 個から r 個を取り出すとき，特定のもの a を含む組と含まない組ができる。

a を含む組の総数は，$(n-1)$ 個から $(r-1)$ 個取る組合せの総数 ${}_{n-1}C_{r-1}$ に等しい。

a を含まない組の総数は，$(n-1)$ 個から r 個取る組合せの総数 ${}_{n-1}C_r$ に等しい。

よって，和の法則により，等式 ${}_nC_r={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r$ が成り立つ。

$\boxed{6}$ 上の面は赤以外の 5 色のいずれかで塗ればよいから，上の面の塗り方は 5 通り。

側面は，残り 4 色の円順列になるから，立方体の塗り方の総数は

$$5\times(4-1)!=5\times3!=30\ (\text{通り})$$

答　(ア)　5　　(イ)　4　　(ウ)　3　　(エ)　3　　(オ)　0