数学Ａ　P132解説

$\boxed{1}$ (1)　自然数 N は，下 2 桁を a とすると，負でない整数 k を用いて

$$N=100k+a$$

と表される。ここで，$100k=4\cdot 25\cdot k$ であるから，$100k$ は 4 の倍数である。

よって，N が 4 の倍数であるのは，a すなわち下 2 桁が 4 の倍数のときである。

(2)　自然数 N は，下 3 桁を b とすると，負でない整数 k を用いて

$$N=1000k+b$$

と表される。ここで，$1000k=8\cdot 125\cdot k$ であるから，$1000k$ は 8 の倍数である。

よって，N が 8 の倍数であるのは，b すなわち下 3 桁が 8 の倍数のときである。

$\boxed{2}$ 84，210，378 を素因数分解すると

$$84=2^2\cdot 3\cdot 7$$

$$210=2\cdot 3\cdot 5\cdot 7$$

$$378=2\cdot 3^3\cdot 7$$

最大公約数は　$2\cdot 3\cdot 7=42$，最小公倍数は　$2^2\cdot 3^3\cdot 5\cdot 7=3780$

$\boxed{3}$ 24，360 を素因数分解すると　　$24=2^3\cdot 3$，$360=2^3\cdot 3^2\cdot 5$

よって，24 との最小公倍数が 360 である正の整数は

$$2^a\cdot 3^2\cdot 5 \qquad (a=0,\ 1,\ 2,\ 3)$$

で表される。したがって，求める整数は

$$n=2^0\cdot 3^2\cdot 5,\ 2^1\cdot 3^2\cdot 5,\ 2^2\cdot 3^2\cdot 5,\ 2^3\cdot 3^2\cdot 5$$

すなわち　　$n=45,\ 90,\ 180,\ 360$

$\boxed{4}$ a，b は，整数 k，l を用いて

$$a=8k+3, \qquad b=8l+2$$

と表される。

(1)　$a-b=(8k+3)-(8l+2)=8(k-l)+1$

よって，$a-b$ を 8 で割ったときの余りは 1 である。

(2)　$3a+5b=3(8k+3)+5(8l+2)=8(3k+5l+2)+3$

よって，$3a+5b$ を 8 で割ったときの余りは 3 である。

(3)　$a^2-b^2=(8k+3)^2-(8l+2)^2=8^2k^2+2\cdot 8k\cdot 3+3^2-(8^2l^2+2\cdot 8l\cdot 2+2^2)$

$$=8(8k^2+6k-8l^2-4l)+5$$

よって，a^2-b^2 を 8 で割ったときの余りは 5 である。

$\boxed{5}$ 連続する 2 つの偶数は，整数 k を用いて $2k$，$2k+2$ と表される。

$$(2k+2)^2-(2k)^2=(4k^2+8k+4)-4k^2=4(2k+1)$$

$2k+1$ は奇数であるから，$4(2k+1)$ は 4 の倍数であるが 8 の倍数ではない。

よって，連続する 2 つの偶数の 2 乗の差は，4 の倍数であるが，8 の倍数でない。

$\boxed{6}$ すべての整数は，整数 k を用いて，$5k$，$5k+1$，$5k+2$，$5k+3$，$5k+4$ のいずれかの形に表される。

[1]　$n=5k$ のとき

$$n^2=(5k)^2=5\cdot 5k^2$$

[2]　$n=5k+1$ のとき

$$n^2=(5k+1)^2=25k^2+10k+1=5(5k^2+2k)+1$$

[3]　$n=5k+2$ のとき

$$n^2=(5k+2)^2=25k^2+20k+4=5(5k^2+4k)+4$$

[4]　$n=5k+3$ のとき

$$n^2=(5k+3)^2=25k^2+30k+9=5(5k^2+6k+1)+4$$

[5]　$n=5k+4$ のとき

$$n^2=(5k+4)^2=25k^2+40k+16=5(5k^2+8k+3)+1$$

よって，n^2 を 5 で割ったときの余りは，0，1，4 のいずれかである。

$\boxed{7}$ (1)　素数 p を用いて p^5 で表される数は，正の約数が 6 個である。

$2^5=32$，$3^5=243$ であるから，p^5 が 40 以下となる p は，$p=2$ である。

(2)　2 つの異なる素数 p，q を用いて $p\cdot q^2$ で表される数の正の約数は

$(1+1)(2+1)=6$ (個) である。

$q=2$ のとき，$4p$ が 40 以下となる 2 以外の素数 p は　　$p=3$，5，7

$q=3$ のとき，$9p$ が 40 以下となる 3 以外の素数 p は　　$p=2$

(3)　40 以下の自然数のうち，正の約数が 6 個である数は，

(1) から　　32

(2) から　　12，20，28，18

これらを小さい順に並べると　　12，18，20，28，32

答　(ア)　5　(イ)　2　(ウ)　2　(エ)　3　(オ)　5　(カ)　7　(キ)　2
(ク)　1　(ケ)　2　(コ)　1　(サ)　8　(シ)　2　(ス)　0　(セ)　2
(ソ)　8　(タ)　3　(チ)　2