数学Ⅰ　P64　P65解説

$\boxed{1}$ (1)　$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$，$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

よって　$A\cap B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$，　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 16\}$

(2)　$A=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$，$B=\{-1,\ 1,\ 3\}$

よって　$A\cap B=\{-1,\ 1\}$，　$A\cup B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

$\boxed{2}$ (1)　$A\cap B=\{3,\ 5\}$

(2)　$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(3)　$\overline{A\cup B}=\{4,\ 6,\ 7,\ 9\}$

(4)　$A\cap\overline{B}=\{2,\ 8\}$

$\boxed{3}$ 対偶「a，b はともに有理数 $\Longrightarrow$ $a+b$ は有理数」は真である。

よって，もとの命題も真である。

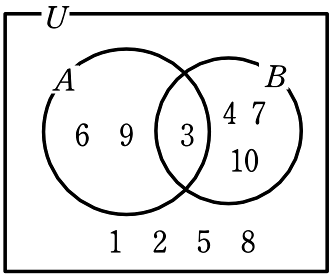
$\boxed{4}$ (1)（ア）①　　(2)（イ）②　　(3)（ウ）⓪

$\boxed{1}$ $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 2,\ 5,\ 8\}$，$A\cap B=\{3\}$，$\overline{A}\cap B=\{4,\ 7,\ 10\}$

右の図から

$A=\{3,\ 6,\ 9\}$，$B=\{3,\ 4,\ 7,\ 10\}$



$\boxed{2}$ 逆「m，n，k の少なくとも 1 つは偶数 $\Longrightarrow$ 積 mnk は偶数」　真

対偶「m，n，k はいずれも奇数 $\Longrightarrow$ 積 mnk は奇数」　真

裏「積 mnk は奇数 $\Longrightarrow$ m，n，k はいずれも奇数」　真

$\boxed{3}$ $A\cap B=\{1,\ 4\}$ から，A の要素に 4 が含まれる。

よって　$a=4$　または　$a+1=4$

$a=4$ のとき，$A=\{1,\ 4,\ 5\}$，$B=\{6,\ 4,\ 1\}$ となり，$A\cap B=\{1,\ 4\}$ を満たす。

$a+1=4$ すなわち $a=3$ のとき，$A=\{1,\ 3,\ 4\}$，$B=\{6,\ 5,\ 0\}$ となり，$A\cap B=\{1,\ 4\}$ を満たさない。

したがって　$a=4$

このとき　$A\cup B=\{1,\ 4,\ 5,\ 6\}$

$\boxed{4}$ (1)　偽である。反例：$a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$

(2)　真である。

(証明)　対偶

「$a+b$，$a-b$ がともに有理数ならば，a，b の少なくとも一方は有理数である」 $\cdots\cdots$ (A)

を証明する。

$a+b$，$a-b$ は有理数であるから，p，q を有理数として

$$p=a+b,\quad q=a-b$$

とおくことができる。これを a，b について解くと

$$a=\frac{p+q}{2},\quad b=\frac{p-q}{2}$$

p，q はともに有理数であるから，a，b もともに有理数である。

「a，b がともに有理数ならば，a，b の少なくとも一方は有理数である」は真であるから，命題 (A) は真である。

したがって，与えられた命題は真である。

$\boxed{5}$ (1)　$b\neq 0$ と仮定すると，等式は $\sqrt{2}=-\dfrac{a}{b}$ と変形できる。

ここで，a，b は有理数であるから，$-\dfrac{a}{b}$ も有理数である。

このことは，$\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。

よって　　$b=0$

次に，$b=0$ とすると，$a+0\cdot\sqrt{2}=0$ から　　$a=0$

したがって，命題「$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$」は真である。

(2)　a，b が有理数ならば，$a-2$，$b+3$ はともに有理数である。

また，$\sqrt{2}$ は無理数である。

よって，(1) で証明したことから，有理数 a，b が $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たすとき

$$a-2=0,\quad b+3=0$$

したがって　　$a=2$，$b=-3$

（このとき，$(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ である。）