

数学 I P157解説

6 正弦定理により $a : b = \sin A : \sin B$

よって $\sin A : \sin B = 7 : 3$

したがって $\sin B = \frac{3}{7} \sin A = \frac{3}{7} \sin 60^\circ = \frac{3}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

7 (1) $\triangle ABC$ に余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} BC^2 &= 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos 60^\circ \\ &= 13 \end{aligned}$$

$BC > 0$ であるから $BC = \sqrt{13}$

よって $BM = \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{13}}{2}$

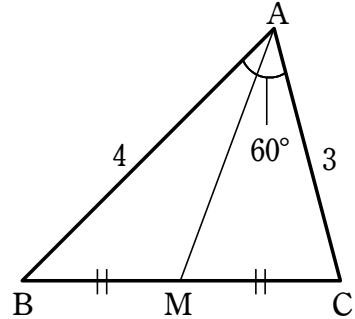
(2) $\triangle ABC$ に余弦定理を使うと

$$\cos B = \frac{4^2 + (\sqrt{13})^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{13}} = \frac{5}{2\sqrt{13}} \left(= \frac{5\sqrt{13}}{26} \right)$$

(3) $\triangle ABM$ に余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cos B \\ &= 4^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{2} \right)^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{5}{2\sqrt{13}} \\ &= \frac{37}{4} \end{aligned}$$

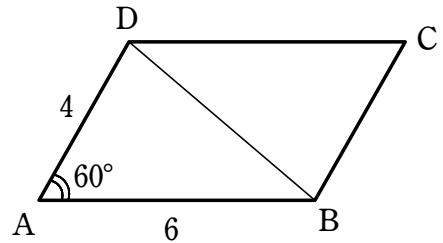
$AM > 0$ であるから $AM = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$



8 (1) 平行四辺形 ABCD の面積は、 $\triangle ABD$ の面積の 2 倍である。

よって、平行四辺形 ABCD の面積は

$$\begin{aligned} 2 \times \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \sin 60^\circ \right) &= 2 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$



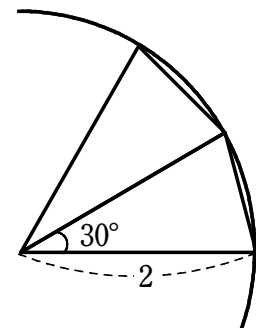
(2) 円の中心と正十二角形の各頂点を結ぶと、面積の

等しい 12 個の二等辺三角形ができる。

この二等辺三角形の頂角は 30° である。

よって、正十二角形の面積は

$$12 \times \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \sin 30^\circ \right) = 12 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12$$



$$\begin{aligned} \text{9} \quad EF^2 &= AE^2 + AF^2 - 2 \cdot AE \cdot AF \cos 60^\circ \\ &= 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 7 \end{aligned}$$

$$EF > 0 \text{ であるから } EF = \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} EC^2 &= BC^2 + BE^2 - 2 \cdot BC \cdot BE \cos 60^\circ \\ &= 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 27 \end{aligned}$$

$$EC > 0 \text{ であるから } EC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} FC^2 &= AC^2 + AF^2 - 2 \cdot AC \cdot AF \cos 60^\circ \\ &= 6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 28 \end{aligned}$$

$$FC > 0 \text{ であるから } FC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

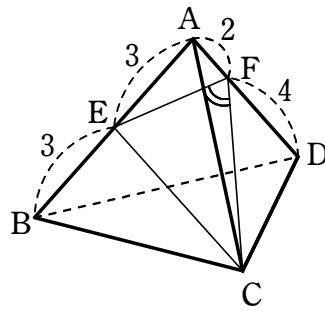
$\triangle EFC$ に余弦定理を使うと

$$\cos \angle EFC = \frac{EF^2 + FC^2 - EC^2}{2 \cdot EF \cdot FC} = \frac{7 + 28 - 27}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{28}} = \frac{8}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}} = \frac{2}{7}$$

$\sin \angle EFC > 0$ であるから

$$\sin \angle EFC = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$\text{したがって } S = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot FC \sin \angle EFC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{7} = 3\sqrt{5}$$



10 $\triangle ABC$ の面積は

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

また、 $AD = x$ とすると

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}x$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}x$$

$$2\sqrt{3}x + \sqrt{3}x = 8\sqrt{3} \text{ より } 3\sqrt{3}x = 8\sqrt{3}$$

$$\text{よって } x = \frac{8\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{3}$$

答 (ア) 8 (イ) 3 (ウ) 2 (エ) 3 (オ) 3 (カ) 8 (キ) 3