$\boxed{9}$ $y=2(x-1)^2+3$ より，点 P の座標は　(1，3)

(1)　Q の座標は　(1，-3)

(2)　x^2 の係数は-2 で，Q を頂点とするから，求める方程式は

$$y=-2(x-1)^2-3 \qquad (y=-2x^2+4x-5)$$

別解　(2)　$-y=2x^2-4x+5$　すなわち　$y=-2x^2+4x-5$

$\boxed{10}$ (1)　[1]　点 P が点 A，B と異なるとき

P から x 軸へ下ろした垂線と x 軸との交点を H とする。

直角三角形 OHP において，$\mathrm{OH}=x$，$\mathrm{PH}=y$ であるから，三平方の定理により

$$\mathrm{OP}^2=\mathrm{OH}^2+\mathrm{PH}^2=x^2+y^2 \quad \cdots\cdots ①$$

[2]　点 P が点 A と一致するとき　　$\mathrm{OP}^2=x^2=x^2+0^2$

点 P が点 B と一致するとき　　$\mathrm{OP}^2=y^2=0^2+y^2$

であるから，① が成り立つ。

よって　　$\mathrm{OP}^2=x^2+y^2$

$y=-2x+10$ であるから

$$\mathrm{OP}^2=x^2+(-2x+10)^2=5x^2-40x+100$$

(2)　$\mathrm{OP}>0$ であるから，OP^2 が最小のとき OP も最小となる。

点 P は線分 AB 上を動くから　　$0 \leqq x \leqq 5$　$\cdots\cdots$ ②

また　　$\mathrm{OP}^2=5(x-4)^2+20$

② の範囲で，$x=4$ のとき OP^2 は最小値 20 をとる。

よって，$x=4$ のとき OP は最小で，最小値は　$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\boxed{11}$ 関数の式を変形すると　　$y=(x-2)^2-4$　$(a \leqq x \leqq a+2)$

(1)　[1]　$a+2<2$ すなわち $a<0$ のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって，y は $x=a+2$ で最小値 $(a+2)^2-4(a+2)=a^2-4$ をとる。

[2]　$a \leqq 2 \leqq a+2$ すなわち $0 \leqq a \leqq 2$ のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって，y は $x=2$ で最小値 -4 をとる。

[3]　$2<a$ のとき

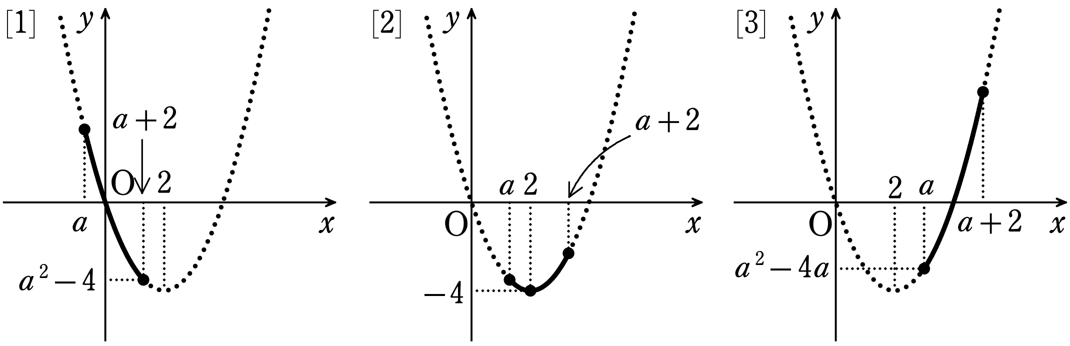
この関数のグラフは図 [3] の実線部分である。

よって，y は $x=a$ で最小値 a^2-4a をとる。

答　$a<0$ のとき　$x=a+2$ で最小値 a^2-4

$0 \leqq a \leqq 2$ のとき　$x=2$ で最小値 -4

$2<a$ のとき　$x=a$ で最小値 a^2-4a



(2) [1] $a+1<2$ すなわち $a<1$ のとき

この関数のグラフは図 [1] の実線部分である。

よって，y は $x=a$ で最大値 a^2-4a をとる。

[2] $a+1=2$ すなわち $a=1$ のとき

この関数のグラフは図 [2] の実線部分である。

よって，y は $x=1$，3 で最大値 -3 をとる。

[3] $2<a+1$ すなわち $1<a$ のとき

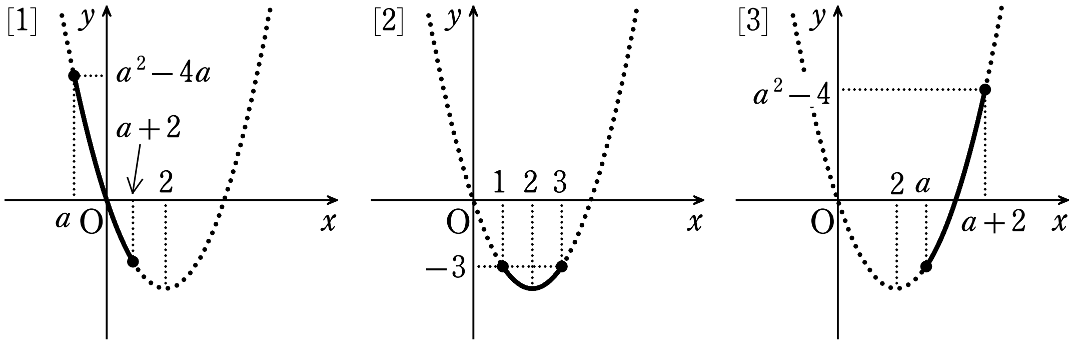
この関数のグラフは図 [3] の実線部分である。

よって，y は $x=a+2$ で最大値 a^2-4 をとる。

答 $a<1$ のとき $x=a$ で最大値 a^2-4a

$a=1$ のとき $x=1$，3 で最大値 -3

$1<a$ のとき $x=a+2$ で最大値 a^2-4



$\boxed{12}$ $y=x^2-2x+m(1-m)$ を変形すると　　$y=(x-1)^2-m^2+m-1$

$0\leqq x\leqq 3$ の範囲では，$x=3$ で最大値 $-m^2+m+3$ をとる。

よって，$0\leqq x\leqq 3$ の範囲で y の値が常に負となるのは

$$-m^2+m+3<0$$

のときである。

$m^2-m-3>0$ を解いて　　$m<\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$，$\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}<m$

$\boxed{13}$ 2 次方程式 $x^2-2mx+m-\dfrac{1}{2}=0$ の判別式を D とすると

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot\left(m-\frac{1}{2}\right)=4m^2-4m+2=(2m-1)^2+1$$

どんな実数 m についても，$(2m-1)^2+1\geqq 0$ すなわち $D\geqq 0$ が成り立つので，グラフは定数 m の値に関係なく常に x 軸と共有点をもつ。

$\boxed{14}$ 2 次方程式の判別式を D とすると

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(m+12)$$
$$=4(m^2-m-12)=4(m+3)(m-4)$$

ここで，2 次関数 $y=x^2-2mx+m+12$ のグラフを考える。

この 2 次関数のグラフは下に凸の放物線で，その軸は直線 $x=m$ である。

グラフと y 軸との交点の y 座標は　　$m+12$

(1)　2 次関数のグラフと x 軸の正の部分が，異なる 2 点で交わることと同じである。

$D>0$ より　　$m<-3$，$4<m$　…… ①

グラフの軸が y 軸の右側にあるから　　$m>0$　…… ②

グラフと y 軸の交点の y 座標が正であるから，$m+12>0$ より

$m>-12$　…… ③

①，②，③ の共通範囲を求めて　　$m>4$

(2)　2 次関数のグラフと x 軸の負の部分が，異なる 2 点で交わることと同じである。

$D>0$ より　　$m<-3$，$4<m$　…… ①

グラフの軸が y 軸の左側にあるから　　$m<0$　…… ②

グラフと y 軸の交点の y 座標が正であるから，$m+12>0$ より

$m>-12$　…… ③

①，②，③ の共通範囲を求めて　　$-12<m<-3$

(3)　2 次関数のグラフが x 軸の正の部分と負の部分のそれぞれと交わることと同じである。

グラフと y 軸の交点の y 座標が負であればよいから，$m+12<0$ より

$m<-12$