

数学 I P117解説

13 放物線 $y = x^2 + 2x - 2$ と x 軸の交点の x 座標は、 $x^2 + 2x - 2 = 0$ を解いて

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

よって、線分 AB の長さは

$$(-1 + \sqrt{3}) - (-1 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

14 2次方程式 $x^2 + mx - m + 3 = 0$ の判別式を D とすると

$$D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m + 3) = m^2 + 4m - 12$$

2次関数 $y = x^2 + mx - m + 3$ のグラフが x 軸に接するのは、 $D = 0$ のときであるから

$$m^2 + 4m - 12 = 0 \quad \text{すなわち} \quad (m - 2)(m + 6) = 0$$

これを解いて $m = 2, -6$

$m = 2$ のとき、2次方程式 $x^2 + mx - m + 3 = 0$ の解は $x = -\frac{m}{2} = -1$

$m = -6$ のとき、2次方程式 $x^2 + mx - m + 3 = 0$ の解は $x = -\frac{m}{2} = 3$

よって、接点の座標は

$$m = 2 \text{ のとき } (-1, 0)$$

$$m = -6 \text{ のとき } (3, 0)$$

15 (1) $(x + 2)(2x - 3) < 0$ より $-2 < x < \frac{3}{2}$

この不等式を満たす整数 x は $-1, 0, 1$

(2) 式を整理すると $x^2 - 4x + 2 \leq 0$

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \text{ を解くと } x = 2 \pm \sqrt{2}$$

よって、この2次不等式の解は $2 - \sqrt{2} \leq x \leq 2 + \sqrt{2}$

$\sqrt{2} = 1.4\dots$ であるから、この不等式を満たす整数 x は $1, 2, 3$

16 2次方程式 $ax^2 + 2x + 4a = 0$ の判別式を D とすると

$$D = 2^2 - 4 \cdot a \cdot 4a = 4 - 16a^2 = 4(1 - 4a^2)$$

2次不等式の解がすべての実数であるのは、 $a < 0$ かつ $D < 0$ のときである。

$1 - 4a^2 < 0$ を解くと $a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a$

$a < 0$ との共通範囲を求めて $a < -\frac{1}{2}$

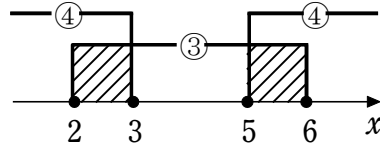
17 $60 \leq -5x^2 + 40x \leq 75$ であるから、次の連立不等式を解く。

$$\begin{cases} -5x^2 + 40x \geq 60 & \dots\dots ① \\ -5x^2 + 40x \leq 75 & \dots\dots ② \end{cases}$$

① から $x^2 - 8x + 12 \leq 0$
 すなわち $(x-2)(x-6) \leq 0$
 これを解くと $2 \leq x \leq 6$ $\dots\dots ③$

② から $x^2 - 8x + 15 \geq 0$
 すなわち $(x-3)(x-5) \geq 0$
 これを解くと $x \leq 3, 5 \leq x$ $\dots\dots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて
 $2 \leq x \leq 3, 5 \leq x \leq 6$



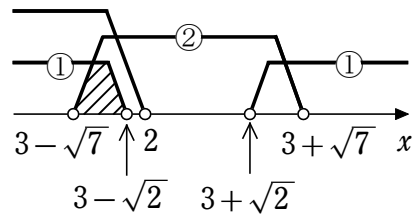
18 2次方程式 $x^2 - 6x + 7 = 0$ の解は $x = 3 \pm \sqrt{2}$

よって、2次不等式 $x^2 - 6x + 7 > 0$ の解は
 $x < 3 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2} < x$ $\dots\dots ①$

2次方程式 $x^2 - 6x + 2 = 0$ の解は $x = 3 \pm \sqrt{7}$
 よって、2次不等式 $x^2 - 6x + 2 < 0$ の解は

$$3 - \sqrt{7} < x < 3 + \sqrt{7} \quad \dots\dots ②$$

①, ②, $x < 2$ の共通範囲を求めると
 $3 - \sqrt{7} < x < 3 - \sqrt{2}$



答 (ア) 3 (イ) 2 (ウ) 3 (エ) 7 (オ) 3
 (カ) 7 (キ) 3 (ク) 2